

# UN CONTRIBUTO AL MIGLIORAMENTO DEL METODO DI CASSAN PER LA DETERMINAZIONE DELLA TRASMISSIVITA' DEGLI ACQUIFERI IN PRESSIONE

A cura di V. Francani e C. Rampolla  
[vincenzo.francani@polimi.it](mailto:vincenzo.francani@polimi.it)

La trasmissività è un parametro indispensabile per il calcolo del fronte di richiamo dei pozzi in acquiferi inclinati, e di conseguenza per quello della distanza minima del pozzo dal perimetro di alimentazione, cioè del raggio d'influenza "fittizio" del pozzo. Nella fase di impostazione degli studi idrogeologici quantitativi, in attesa di poter disporre di prove dirette sui pozzi è necessario identificare, dai dati esistenti, i parametri idrogeologici dell'area, per avere una visione preliminare della distribuzione dei flussi idrici degli acquiferi che compongono il sistema in esame. Appare quindi utile un contributo che permetta di migliorare la precisione dei dati in questa fase preliminare, ad esempio precisando la validità dei risultati che si ottengono con tecniche frequentemente utilizzate, come quella di Cassan (1980). Questo metodo è frequentemente utilizzato per determinare i valori della trasmissività degli acquiferi in pressione tramite un coefficiente  $\theta$  che corrisponde alla seguente espressione:

$$\theta = \frac{2\pi (H - h) T}{Q}$$

Il valore del coefficiente  $\theta$  viene ottenuto dalla relazione di Dupuit:

$$Q = \frac{2\pi \cdot T \cdot (y-h)}{\ln\left(\frac{x}{r}\right)} = \frac{2\pi \cdot T \cdot (H-h)}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \quad (1)$$

Dove:

- $y$  = quota piezometrica (m s.l.m.) alla distanza  $x$  (m) dall'asse del pozzo
- $h$  = quota piezometrica alla distanza  $r$  (in m, raggio del pozzo) dall'asse del pozzo
- $H$  = quota piezometrica (m) della falda indisturbata
- $T$  = trasmissività ( $m^2/s$ )

Infatti, utilizzando l'espressione del raggio d'influenza fittizio  $R_0$ :

$$R_0 = \frac{Q}{2\pi Tj} \quad (2)$$

L'autore ricava dalle relazioni (1) e (2) l'espressione (3) sostanzialmente ritenendo trascurabile la differenza fra  $R$  e  $R_0$ :

$$Q = \frac{2\pi \cdot T \cdot (y - h)}{\ln\left(\frac{R_0}{r}\right)} = \frac{2\pi \cdot T \cdot (H - h)}{\ln\left(\frac{Q}{2\pi Tj r}\right)}$$

$$\frac{2\pi \cdot T \cdot (H - h)}{Q} = \ln \left( \frac{Q}{2\pi T j r} \right)$$

$$\frac{2\pi \cdot T \cdot (H - h)}{Q} - \ln \left( \frac{Q}{2\pi T j r} \right) = 0$$

$$\frac{2\pi \cdot T \cdot (H - h)}{Q} + \ln \frac{2\pi \cdot T \cdot j \cdot r}{Q} = 0 \quad (3)$$

Che assume, per semplificare i calcoli, come equivalente a :

$$\frac{2\pi \cdot T \cdot (H - h)}{Q} = -\ln \frac{r}{R_0} \quad \longrightarrow \quad \frac{2\pi \cdot T \cdot (H - h)}{Q} = \ln \frac{R_0}{r}$$

Oppure

$$H = h + Q \cdot \frac{\ln \frac{R_0}{r}}{2\pi \cdot T} \quad (3 b)$$

Si osserva che la relazione 3b è analoga a quella di Dupuit ipotizzando R uguale a  $R_0$ . Cassan ritiene infatti che a valle della zona di cattura del pozzo, l'influenza dei prelievi sulla falda sia trascurabile, introducendo quindi un'approssimazione nei calcoli. La relazione viene resa più sintetica dall'Autore introducendo i parametri  $\Theta$  e  $\sigma$ :

$$\theta = \frac{2\pi (H - h) T}{Q} \quad \sigma = \frac{H - h}{j \cdot r}$$

che permettono di riscrivere l'espressione (3) in modo più diretto:

$$\theta + \ln \theta = \ln \sigma$$

Da un grafico semilogaritmico (in allegato 1) nel quale in ordinate viene riportato  $\Theta$ , il valore di T può essere ottenuto ponendo in ascisse il  $\ln(H-h)/jr$ . Se si ritiene trascurabile il fatto che l'equivalenza fra  $R_0$  e R si realizza solo per falde orizzontali o suborizzontali, e con valori di trasmissività e prelievi tali avvicinare molto i valori di questi due parametri, la relazione di Cassan permette di determinare con una certa approssimazione il valore della trasmissività sulla base degli abbassamenti nel pozzo alla portata costante Q e della cadente piezometrica j. L'approssimazione in effetti risulta idonea con alcuni vincoli :

- a) se il valore di j è molto ridotto,
- b) se la T e la k sono tali che non vi è sensibile differenza fra le due espressioni del raggio d'azione

In realtà y alla distanza  $R_0$  dal pozzo differisce sensibilmente da H, e  $R_0$  può essere anche molto inferiore a R; infatti y è dato da:

$$y = h + \left[ Q \cdot \frac{\ln \left( \frac{R_0}{r} \right)}{2\pi T} \right] - jR_0 = Y - jR_0 \quad (4)$$

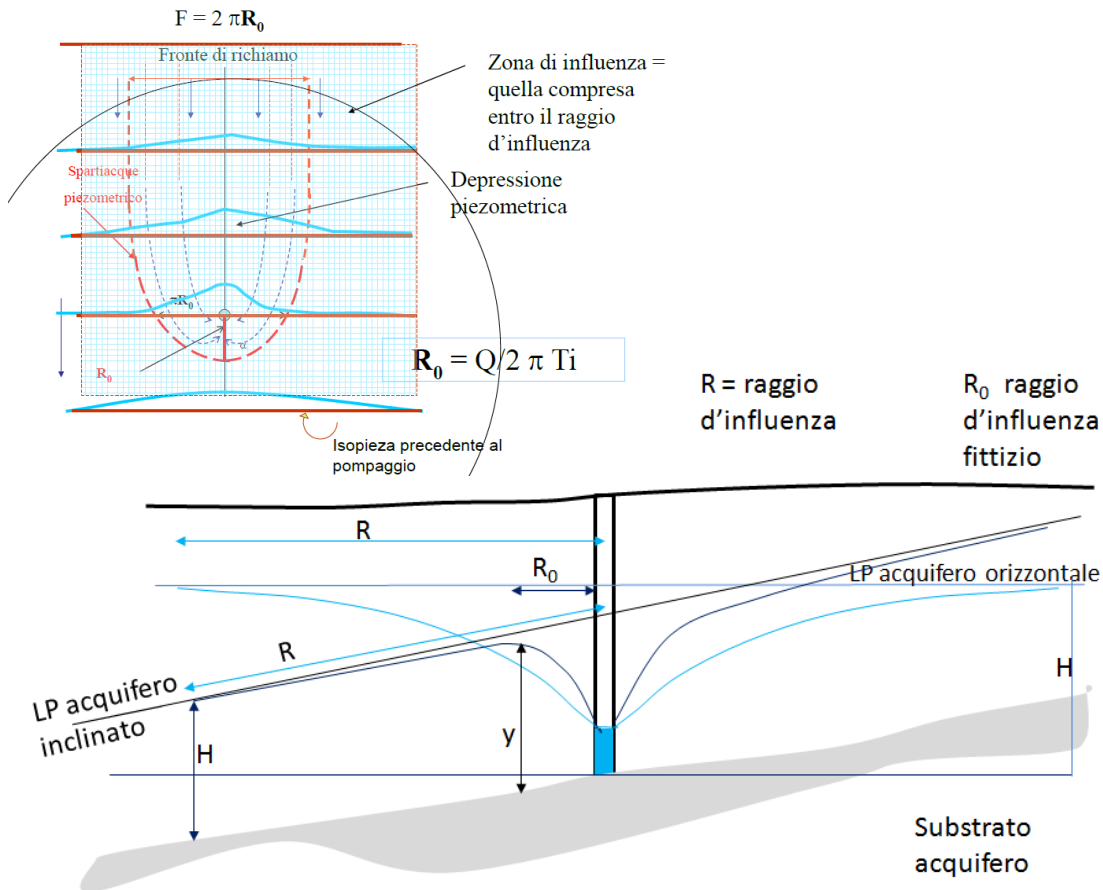


Figura 1: raggio d'influenza reale  $R$  e fittizio  $R_0$  in una sezione condotta lungo la linea di flusso principale passante per il pozzo in condizioni statiche.

La letteratura (es. Bear, 1979) indica chiaramente che il raggio d'influenza fittizio è solitamente molto ristretto rispetto al raggio d'influenza  $R$  del pozzo (figura 1b). Tale evidenza è descritta anche nella sezione della figura 1, dove gli effetti sulla piezometria dei prelievi nel pozzo sono ben evidenti a valle di  $R_0$ .

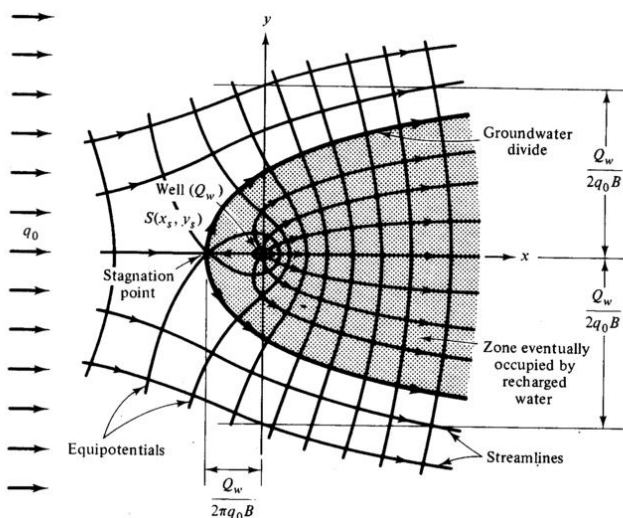


Figura 1b : rappresentazione della rete di flusso (Bear, 1979) che indica la ridotta estensione del raggio d'influenza fittizio rispetto al raggio d'influenza reale.

Con il metodo di Cassan non si ottengono quindi valori attendibili di  $T$  ed  $R_0$  se non nei casi in cui  $R_0$  sia vicino a  $R$ . Questo fatto non pregiudica l'adozione del metodo Cassan in attesa di valori più precisi derivanti dalla valutazione di  $T$  tramite altri riscontri, fra i quali i più indicati sono le prove di pompaggio e la trattazione statistica dei dati disponibili sulla piezometria e le portate, ad esempio con l'utilizzo di programmi di calcoli come PEST (Doherty, et al., 2010).

La determinazione di  $T$  può comunque essere migliorata calcolandola sulla base di elementi disponibili, ad esempio conoscendo i dati di prelievo dei pozzi della zona interessata e ricostruendo la deformazione piezometrica che ne deriva. Il metodo più facilmente utilizzabile prima di eseguire prove dirette sul pozzo per il calcolo della  $T$ , peraltro indispensabile per una valutazione corretta di  $R_0$ , è quello di calcolare la deformazione della rete di flusso dell'acquifero esaminato in presenza di pozzi dei quali la portata sia nota.

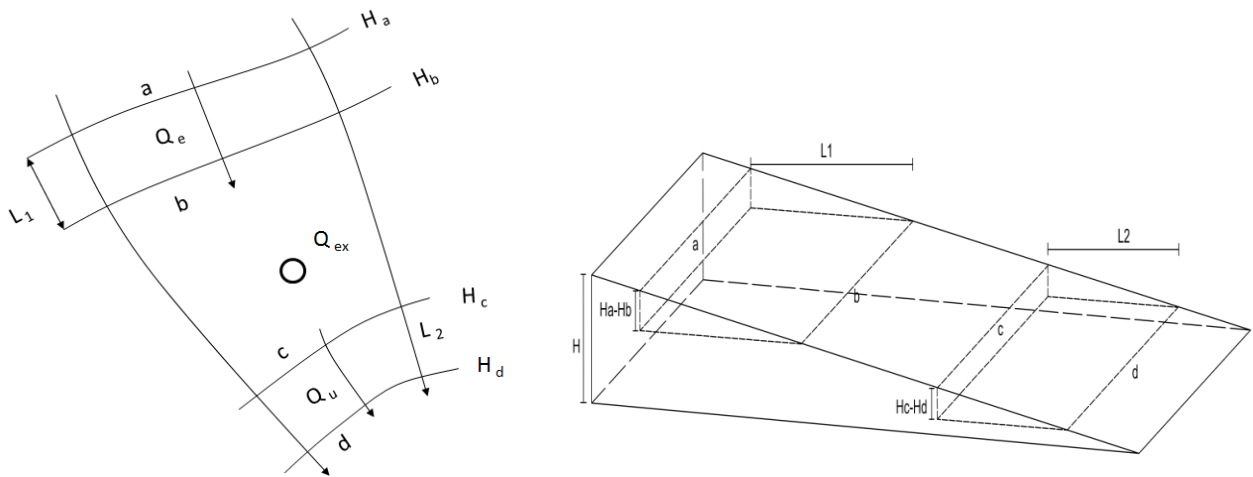


Figura 2 : tubo di flusso con pozzo di portata costante  $Q_{ex}$

Il metodo, applicato ai fini della stesura del bilancio idrico di una vasta area della pianura lombarda (si veda per il dettaglio Beretta G., Francani V., Pagotto A., 1985), si basa sul calcolo della contrazione della sezione di flusso della falda in pressione a valle del prelievo  $Q_{ex}$  in un tubo di flusso nel quale entra la portata  $Q_e$  ed esce la portata  $Q_u$ , non conosciute, la cui differenza ( $Q_{ex}$ ), che invece è nota, rappresenta il prelievo dei pozzi. Si prevede che non vi siano lungo il tubo di flusso scambi idrici con altri acquiferi e che la struttura geologica non comporti altre variazioni nella sezione di flusso che non siano quelle determinate dalla piezometria.

In tal caso si ha che  $-Q_u = Q_{ex}$

Dette  $H_a$  e  $H_b$  le altezze piezometriche dei tratti  $a$  e  $b$  del tubo di flusso, ortogonali alla cadente piezometrica, rappresentati nella figura 2, si ha che, applicando le note relazioni valide per le falde radiali, la differenza  $Q_{ex}$  fra la portata entrante e quella uscente dal tubo di flusso è data da:

$$Q_{ex} = T \cdot \left[ \frac{(H_a - H_b) \cdot (a - b)}{L_1 \cdot \ln\left(\frac{a}{b}\right)} - \frac{(H_c - H_d) \cdot (c - d)}{L_2 \cdot \ln\left(\frac{c}{d}\right)} \right]$$

Oppure, semplificando ulteriormente:

$$Q_{ex} = T \cdot \left[ \frac{j' \cdot (a - b)}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)} - \frac{j'' \cdot (c - d)}{\ln\left(\frac{c}{d}\right)} \right]$$

Da questa relazione in cui tutti i termini sono noti ad eccezione di T, il valore della trasmissività può essere calcolato senza difficoltà, a patto di essere a conoscenza della portata del pozzo in funzione.

### Riferimenti bibliografici

Cassan M. (1980)- Les essais d'eau pour la reconnaissance des sols, Eyrolles, Paris

Beretta G. Francani V., Pagotto A. (1985) - Il bilancio idrogeologico della pianura milanese. Le Acque sotterranee. Ed.Geograph, Milano.

E. Doherty, M. N. Fienen, R. J. Hunt (2010)-.Approaches to Highly Parameterized Inversion: Pilot-Point Theory, Guidelines, and Research Directions J. USGS, Reston, Virginia.

### Allegato 1:

grafico di Cassan (1980) per la determinazione della trasmissività

